

### Hintereinanderausführung und subharmonische Funktionen

- a) Es seien  $B$  eine reelle  $(n \times n)$ -Matrix,  $c \in \mathbb{R}$ ,  $Q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  mit  $Q(x) = Bx + c$  und  $u \in C^2(\mathbb{R}^n)$ . Zeigen Sie

$$\Delta(u \circ Q) = (L_0 u) \circ Q,$$

wobei

$$L_0 := \sum_{i,k=1}^n a_{ik} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k}$$

ist und die  $a_{ik}$  die Elemente der Matrix  $A := BB^T$  sind. Insbesondere ist also  $\Delta(u \circ Q) = (\Delta u) \circ Q$ , wenn  $B$  eine orthogonale Matrix ist.

- b) Sei  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  eine glatte und konvexe Funktion. Ferner sei  $u$  harmonisch in einem Gebiet  $G \subseteq \mathbb{R}^n$ . Zeigen Sie: Die Funktionen  $v := \phi \circ u$  und  $w := |\nabla u|^2$  sind subharmonisch. in G